

מרכז ההדרכה 2000
תמיכה ועדכונים
עדכון מס' 88
יולי 2003

חידות ופתרונות מתוך ראיונות קבלה להייטק

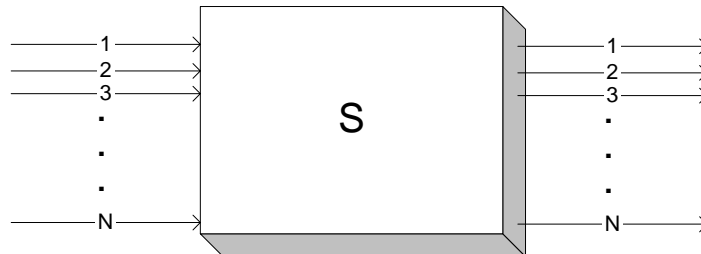
עדכון זה מפורסם לרגל הוצאת הספר "מבחני ראיון/קבלה להייטק-תוכנה", וכולל מספר בעיות מתוך הספר, כמו פתרונות. הספר כולל בעיות שניתנו במסגרת ראיונות קבלה בחברות הייטק. הבעיות הן ממספר קבוצות: בעיות תיאורטיות בתחומי מדעי המחשב, בעיות תכנות, בעיות הגיון כללי ובעיות מתורת המשחקים.

עוד על הספר ניתן לקרוא באתר האינטרנט בכתובת:

<http://www.mh2000.co.il/exams>

1. מיון מהיר

במערכת מסוימת מספר גדול, N , של קווי תקשורת נכנסים, על כל אחד קיים ערך מספרי שלם כלשהו. נדרש לבצע מיון מהיר של הכניסות, כך שבמוצא יופקו N הכניסות באופן ממוין:



נדרש לתכנן את המערכת S ע"י חומרה/תוכנה כלשהו כך שהמיון יבוצע במהירות המקסימלית. כיצד תבצע/זאת?

פתרון

פתרון אחד הוא להרכיב מערכת חישוב הכוללת מעבד חזק וזיכרונות, ולבצע אלגוריתם מיון יעיל בתוכנה. המעבד יידרש ראשית לקרוא את הקלט באופן סדרתי לזיכרון, לבצע את המיון, ולבסוף לכתוב באופן סדרתי את המידע הממוין לקווי הפלט.

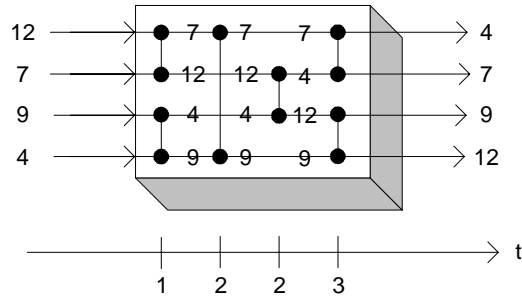
את אלגוריתם המיון עצמו ניתן לבצע - תוך שימוש בזיכרון גדול - בזמן ליניארי, כלומר $O(N)$. דוגמאות לאלגוריתמים כאלה: Radix Sort, Counting Sort או Bucket Sort.

פתרון יעיל יותר יהיה להשתמש ברשתות מיון (Sorting Networks) לביצוע מיון מקבילי של המידע. סיבוכיות הזמן במיון זה הנה $O(\lg^2 N)$.

המערכת S תתפקד כרשת מיון, המורכבת מרשתות מיון/מיזוג ביטוניות (Bitonic Sorter/Merger). רשתות אלו הן למעשה אוסף תיילים וממשוים (Comparators) ללא יחידות חומרה או תוכנה נוספות כלשהן.

הערה: בספרות, תייל ומשווה נושאים תוכן בינרי. כאן נתייחס אליהם כבעלי רוחב מילת מחשב, מה שעל פי עקרון 0-1 אינו משנה את סיבוכיות הפתרון.

לדוגמא, רשת מיון עבור $N=4$:

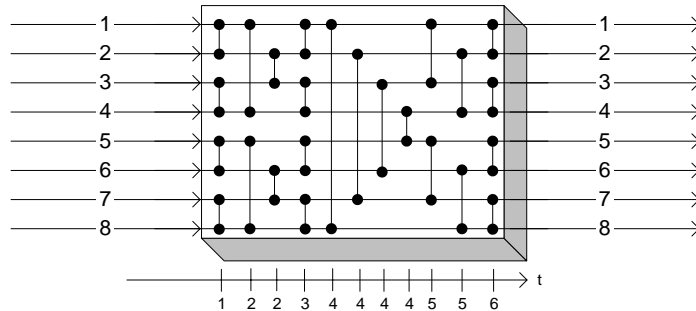


התיילים מצוינים ע"י קווי החצים האופקיים, והמשוים ע"י קווים אנכיים המחברים בין תיילים.

כל משווה מבצע פעולת השוואה בין ערכי שני התיילים, ודואג לכך שבמוצא הערכים יופיעו בסדר עולה. כלומר, משווה מבצע מיון של שני תיילים.

המידע זורם משמאל לימין, ובכל יחידת זמן (על הציר t) מבוצעות פעולות ההשוואה באופן מקביל. מיון זה דורש בשה"כ 3 יחידות זמן (שתי ההשוואות האמצעיות מבוצעות בו זמנית).

דוגמא נוספת - רשת מיון עבור $N=8$:

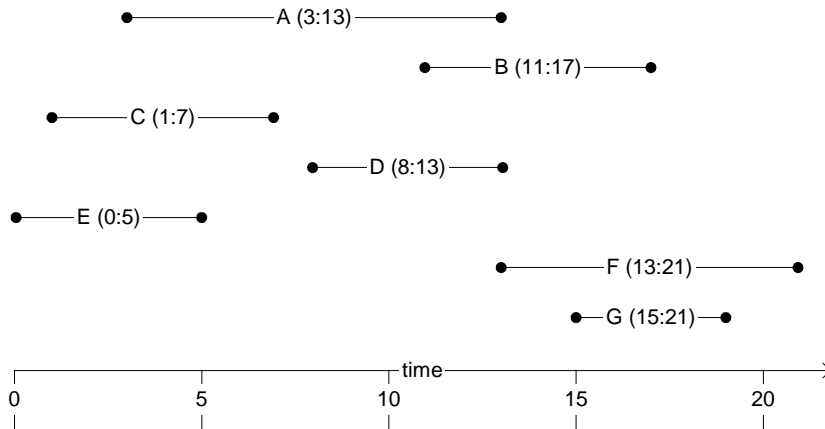


עומקה של רשת זו הוא 6, כלומר היא צורכת 6 יחידות זמן.

למעשה, מספר יחידות הזמן המדויק שצורכת רשת מיון של n קווים הוא $(\lg n) * (\lg n + 1) / 2$.

2. זיהוי תהליכים על ציר הזמן

במערכת ההפעלה של המחשב מופעלים תהליכים בו זמנית, כלומר, הם חופפים על ציר הזמן:



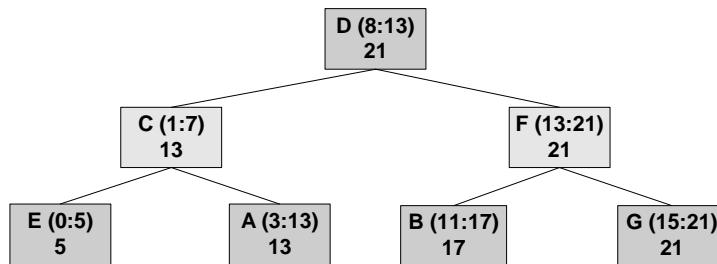
נדרש מבנה נתונים שבו יתועדו זמני הריצה של התהליכים השונים, כך שבהינתן נקודה על ציר הזמן, ניתן יהיה:

1. למצוא תהליך כלשהו שהיה אקטיבי בנקודת הזמן הנתונה בסיבוכיות $O(\lg N)$, כאשר N הוא מספר התהליכים הכולל שבמבנה הנתונים.

2. למצוא את רשימת כלל התהליכים שהיו אקטיביים בנקודת הזמן הנתונה בסיבוכיות $O(\min(n, k \cdot \lg N))$, כאשר N הוא מספר התהליכים הכולל שבמבנה הנתונים, ו- k מספר התהליכים שהיו האקטיביים בנקודה הנתונה (כלומר, במקרה הגרוע הסיבוכיות היא לינארית ב- N). לדוגמא, עבור נקודת הזמן 13, יישלפו התהליכים A, B, D, F.

פתרון

מבנה הנתונים המתאים הוא **עץ אינטרוולים** (Interval Tree): עץ זה הוא וריאציה של **עץ אדום-שחור** (Red-Black Tree), שכל צומת בו מייצג אינטרוול:



(הצמתים השחורים הם בעלי הרקע הכהה יותר)

קריטריון ההשוואה של התהליכים הוא נקודת ההתחלה שלהם על ציר הזמן, ועל פי נקודה זו מסודרים הצמתים בעץ האדום-שחור.

כמו כן, בכל צומת מוחזקת נקודת הסיום המקסימלית (המאוחרת ביותר) של איזשהו אינטרוול בתת-העץ המתחיל ממנו. נקודה זו הכרחית בכדי לבצע הכנסה של צומת חדש בסיבוכיות $O(\lg N)$. כמובן, יש לעדכן נקודה זו בכל הוספה או מחיקה של צומת.

האלגוריתם להוספת (ולמחיקת) אינטרוול x לעץ האינטרוולים זהה לאלגוריתם ההוספה של עץ אדום-שחור, בתוספת הבדיקה של נקודת הסיום המקסימלית בכל רמה, ועדכונה בהתאם.

כעת, בהינתן נקודת זמן כלשהי t , ניתן לשלוף את התהליכים שהיו פעילים בנקודה זו ע"י סריקת העץ מהשורש כלפי מטה, עד הגעה לעלה.

1. האלגוריתם לחיפוש אינטרוול כלשהו בעץ המכיל את t :

- החל מהשורש, בכל צומת i מבצעים באופן רקורסיבי (עד להגעה ל- $null$):

- אם t מוכלת באינטרוול המיוצג ע"י i , סיים והחזר את i
 - אחרת, אם הבן השמאלי של i אינו null ו- t קטנה/שווה לנקודת המקסימום של הבן השמאלי, עבור לבן השמאלי
 - אחרת, עבור לבן הימני
- הסבר: זמן החיפוש של אינטרוול מתאים בעץ תלוי בגובה העץ, ולכן הוא $O(\lg N)$.

2. האלגוריתם לחיפוש כל האינטרוולים בעץ המכילים את t :

- החל מהשורש, בכל צומת i מבצעים באופן רקורסיבי (עד להגעה ל-null):
 - אם t מוכלת באינטרוול המיוצג ע"י i , הוסף את i לרשימת התוצאה
 - אם הבן השמאלי של i אינו null ו- t קטנה/שווה לנקודת המקסימום של הבן השמאלי, עבור לבן השמאלי
 - אם t קטנה/שווה לנקודת המקסימום של i , עבור לבן הימני
- הסבר: זמן החיפוש של האלגוריתם הוא $O(k * \lg N)$ כאשר k הוא מספר האינטרוולים המכילים את t . במקרה הגרוע כל האינטרוולים בעץ מכילים את t , והסיבוכיות אז היא $O(N)$ - זאת מכיוון שהאלגוריתם מבקר בכל אינטרוול בעץ פעם אחת לכל היותר.

3. סרטים

שני בני זוג אוהבים לצפות בסרטי וידאו בכל יום רביעי בערב. בכל יום רביעי, כל אחד מהם (בנפרד) עובר בחנות הוידאו בכדי להביא סרט. הגבר מעדיף סרטי מתח ופעולה, והאישה דרמות.



כללי הצפייה של בני הזוג:

- אם שניהם יביאו סרט, או אם אף אחד לא יביא סרט, הם לא יצפו בסרט, ויבלו ביחד. במקרה של האפשרות השנייה, שניהם יהיו מאושרים יותר, מכיוון שלא השקיעו מאמץ וכסף בהבאת סרטים.
 - אם הגבר יביא סרט והאישה לא, הגבר יהיה מאושר והאישה תשתעמם לחלוטין.
 - אם האישה תביא סרט והגבר לא, האישה תהיה מאושרת והגבר ישתעמם לחלוטין.
- בהנחה שבני הזוג לא מסוגלים לתאם מדיניות להבאת סרטים (הזוג נשוי...), איזו אסטרטגיה כללית כדאי לכל אחד מהם לאמץ, להפקת מקסימום הנאה בימי רביעי בערב?

פתרון

נסמן את 4 דרגות ההנאה של שני בני הזוג האפשריות, a_0, a_1, a_2, a_3 :

$$(a_1, a_1) = \text{שני בני הזוג מביאים סרט}$$

$$(a_2, a_2) = \text{שני בני הזוג לא מביאים סרט}$$

$$(a_3, a_0) = \text{הגבר מביא סרט והאישה לא}$$

$$(a_0, a_3) = \text{האישה מביאה סרט והגבר לא}$$

$$a_0 < a_1 < a_2 < a_3 \text{ כאשר על פי נתוני השאלה}$$

מטריצת התשלומים (המייצגת את מידות ה"הנאה" של בני הזוג) היא:

אישה

		גבר	
		מביא סרט	לא מביא סרט
גבר	מביא סרט	(a_1, a_1)	(a_3, a_0)
	לא מביא סרט	(a_0, a_3)	(a_2, a_2)

מכיוון שבני הזוג אינם מסוגלים לתאם מדיניות הבאת סרטים, הם "יתכנסו" לנקודת שיווי משקל Nash (Nash Equilibrium): המצב בו שני בני הזוג מביאים סרט (1,1) הוא מצב שיווי המשקל היחיד.

הוכחה: מהמצב ("מביאה סרט", "מביא סרט"), כל סטייה מהאסטרטגיה של אחד הצדדים מקטינה את התגמול שלו, ומשפרת את התגמול עבור הצד השני. למשל, סטייה של האישה לאסטרטגיה "לא מביאה סרט" תגרום לכך שהיא תקבל a_0 שהוא קטן מ- a_1 .

כמו כן, ניתן לראות שזו נקודת שיווי משקל גם באופן סטטיסטי (אסטרטגיות מעורבות). נסמן את ההסתברויות לבחירת אסטרטגיות של כל צד:

p - ההסתברות לבחירת הגבר באסטרטגיה "מביא סרט"

$1-p$ - ההסתברות לבחירת הגבר באסטרטגיה "לא מביא סרט"

q - ההסתברות לבחירת האישה באסטרטגיה "מביאה סרט"

$1-q$ - ההסתברות לבחירת האישה באסטרטגיה "לא מביאה סרט"

נחשב את התוחלת של התשלום לאישה בבחירתה באפשרות "מביאה סרט", ע"י שקלול מידת ההנאה

שלה עם הסתברויות בחירת הגבר (עמודה שמאלית):

$$a_1 \cdot p + a_3(1-p)$$

ונחשב את התוחלת של התשלום בבחירתה באפשרות "לא מביאה סרט":

$$a_0 \cdot p + a_2(1-p)$$

מכיוון ש- $a_1 > a_0$ ו- $a_3 > a_2$, ו- $0 \leq p \leq 1$, ברור שהביטוי הראשון תמיד גדול יותר. לכן, תוחלת הבחירה "מביאה סרט" גדולה מזו של "לא מביאה סרט". באופן סימטרי, הדבר נכון גם לגבי הגבר.

כל הזכויות שמורות © מרכז ההדרכה 2000